

## **L'interpretazione del caos: cenni storici ed epistemologici sulla Meccanica Quantistica**

La scienza moderna, seguendo il metodo sperimentale di Galileo, cerca di sistematizzare razionalmente il maggior numero possibile di esperienze che si hanno del mondo fisico, producendo diverse leggi e teorie matematiche, delle quali le piu' usate sono tuttora di gran lunga le leggi di Newton e l'elettromagnetismo di Maxwell.

Se da una parte Newton nel Seicento aveva scritto le equazioni alla base dell'interazione gravitazionale - cioe' la capacita' delle masse di attrarre altre masse - altre classi di fenomeni largamente inspiegabili (ovvero non direttamente riconducibili all'interazione gravitazionale) erano stati a lungo osservati e studiati: l'elettricit  e il magnetismo. Per arrivare ad una teoria precisa bisognera' pero' attendere meta' Ottocento con l'elettromagnetismo e le equazioni di Maxwell: cio' non era in contraddizione con la teoria di Newton, ma semplicemente una nuova teoria, basata su nuove leggi, che spiegava altri fenomeni.

### Relativita' Ristretta e Generale

Le prime vere e proprie contraddizioni arrivarono nel XX secolo, insieme ai primi seri tentativi di unificazione: la ricerca di una corretta definizione di sistema di riferimento inerziale porto' alla Teoria della Relativita' di Einstein.

Prima di essa un sistema inerziale era definito tautologicamente come un sistema di riferimento in cui sono valide le leggi di Newton.

La teoria di Maxwell richiedeva un "mezzo" dentro cui si propagassero le onde elettromagnetiche: si pensava dunque che nell'universo fosse presente una sostanza invisibile, l'etere, che fungeva da sistema di riferimento inerziale "assoluto".

Poi si vide che vi erano situazioni sperimentali (esperimento di Michelson e Morley, 1905) in cui la covarianza di Galileo non veniva rispettata dalle onde elettromagnetiche (ovvero essenzialmente un tale sistema di riferimento assoluto non poteva esistere), e fu introdotto un nuovo tipo di covarianza, la covarianza di Lorentz.

Se da una parte cio' negava l'esistenza di un sistema di riferimento inerziale "assoluto", dall'altra si introduceva una nuova costante assoluta, la velocita' della luce nel vuoto  $c$ , che doveva essere identica in ogni sistema di riferimento, nonche' un limite superiore per tutte le velocita' fisiche (in particolare anche per particelle massive).

Questo introduceva delle restrizioni generali nella stessa nozione di causalita' fisica, e in questo modo la Cinematica Classica diventava un caso particolare di una Cinematica Relativistica, un'approssimazione valida per basse velocita': questo fatto e' noto comunemente con il nome di Relativita' Ristretta (Einstein, 1905).

Il passo successivo fu quello di inserire la nuova nozione di sistema di riferimento inerziale/non inerziale nel contesto di una teoria generale della gravitazione.

Fu di nuovo Einstein (dieci anni piu' tardi) a proporre che un corpo in caduta libera in un sistema di riferimento in caduta libera (non inerziale) e' indistinguibile da un corpo fermo in un sistema di riferimento fermo (inerziale): questo porta all'identificazione di massa inerziale e massa gravitazionale.

Pertanto la legge di gravitazione va espressa in una forma intrinseca, e cioe' indipendente dal sistema di riferimento: nella Teoria della Relativita' Generale la forza gravitazionale e' una conseguenza dalla curvatura dello spazio-tempo causata dalla massa, un po' come una sfera di metallo incurva un telo elastico causando la caduta su di essa di altre biglie piu' piccole (questo, in condizioni ideali di assenza di attrito, darebbe luogo a un moto orbitale simile all'orbita dei pianeti attorno al sole).

Su scala sufficientemente piccola tale curvatura e' trascurabile e quindi si ricade nel caso della Relativita' Ristretta: in altre parole lo spazio-tempo e' "localmente" piatto.

### Meccanica Quantistica: le due teorie

Abbiamo visto dunque che, se la Relatività Ristretta è la teoria corretta (o meglio, quella meno approssimativa) per tutte le velocità fisiche, la Relatività Generale lo è per ogni scala spazio-temporale, o meglio per scale spazio-temporali “grandi”.

Per velocità piccole rispetto alla velocità della luce e per scale spazio-temporali “piccole” l’universo torna ad assomigliare con buona approssimazione a quello descritto dalla Fisica Classica. Continuando ad andare su scale spaziali sempre più piccole, furono trovati altri fenomeni apparentemente inspiegabili dalla teoria classica.

Ancora una volta fu la luce, o più in generale la discussione sulla natura della radiazione elettromagnetica, a mettere in evidenza le contraddizioni della teoria.

Che cos'è realmente la luce? Come interferisce con la materia?

Già da tempo si discuteva sulla duplice natura della luce, corpuscolare e ondulatoria, dato che vi erano fenomeni spiegati correttamente solo da una teoria e non dall'altra, e viceversa.

Alle soglie del XX secolo la discussione sulla struttura atomica della materia e sulla natura della radiazione comprendeva alcuni fenomeni come la stabilità dei modelli atomici, il problema del corpo nero e l'effetto fotoelettrico, che sfuggivano ad una spiegazione teorica all'interno dell'Elettrodinamica Classica, basata essenzialmente sull'ipotesi ondulatoria.

Una spiegazione fu raggiunta facendo l'ipotesi (ispirata dalla Meccanica Statistica) che l'energia possa essere presente nella materia (e dunque essere trasportata) soltanto in pacchetti discreti, multipli di un'unità fondamentale che doveva essere pertanto una nuova costante, detta costante di Planck (Planck, 1900).

Questa assunzione portò all'introduzione di un nuovo tipo di modello atomico da parte di Bohr (poi perfezionato da Sommerfeld e altri) che dava una spiegazione corretta degli spettri atomici osservati dalla spettroscopia, e di altre esperienze che confermavano la “discretizzazione” dei livelli energetici, come quella di Franck ed Hertz (1913).

Inoltre furono trovate delle formule che spiegavano correttamente il fenomeno del corpo nero, e dell'effetto fotoelettrico.

In particolare, per spiegare quest'ultimo, Einstein (1905) propose che anche la luce avesse un'energia “quantizzata”, e che venisse trasportata in “quanti di luce” detti “fotoni”.

Questo era in accordo con una teoria corpuscolare della radiazione, con la caratteristica che i fotoni erano considerati come corpuscoli materiali non massivi.

Tuttavia, pur essendo privi di massa, ad essi dovevano essere attribuite grandezze corpuscolari come l'impulso, da affiancare a quelle ondulatorie.

Una prima conferma sperimentale dell'ipotesi del fotone si ebbe con l'effetto Compton (1923).

Fenomeni come la diffrazione, tuttavia, continuavano ad essere spiegati soltanto con la teoria ondulatoria, e dunque una corretta teoria della radiazione doveva necessariamente incorporare un dualismo onda/corpuscolo.

D'altra parte, si vide che tali fenomeni non si verificavano solo per la radiazione ma erano anche presenti nella materia.

In particolare nell'esperienza di Davisson e Germer (1927) furono osservati fenomeni di diffrazione in fasci di elettroni.

Cio rappresentava una sorprendente novità e non era affatto giustificato all'interno della teoria corpuscolare della materia.

Fu L. de Broglie a proporre (in realtà ancora prima dell'esperienza di Davisson e Germer) che anche per la materia bisognava adottare un dualismo onda/corpuscolo, ovvero viceversa anche alle particelle materiali andavano attribuite proprietà ondulatorie come la lunghezza d'onda, da affiancare a quelle corpuscolari.

Lo stesso de Broglie mostrò inoltre che le grandezze ondulatorie/corpuscolari dei fotoni potevano essere considerate come il limite per massa tendente a zero delle corrispondenti grandezze delle particelle massive: in altre parole, i fotoni possono considerarsi come particelle di massa nulla, per cui vale lo stesso dualismo onda/corpuscolo.

Seguendo le idee di de Broglie, ed in particolare l'analogia formale tra il principio di minima azione (di Maupertius) per particelle hamiltoniane, e il principio di Fermat dell'ottica geometrica, Schroedinger pervenne ad un'equazione del moto per le particelle, che rappresenta la legge dinamica fondamentale della Meccanica Quantistica, e che ancora oggi e' nota con il suo nome (Schroedinger, 1926).

L'equazione di Schroedinger e' un'equazione del moto per particelle "ondulatorie", analogo dell'equazione delle onde per le componenti cartesiane dei potenziali elettromagnetici. Se si vuole, l'equazione di Schroedinger e' un'equazione delle onde con *relazione di dispersione* per particella libera data dalle grandezze di de Broglie.

L'interpretazione della funzione d'onda, la soluzione dell'equazione di Schroedinger, fu controversa (ma intanto essa forniva delle previsioni corrette per le grandezze in esame). Non si capiva se queste "onde" fossero materiali, o se avessero un qualche altro tipo di significato. Nel frattempo, gia' nel 1925 Heisenberg aveva sviluppato un'altra teoria, che e' conosciuta sotto il nome di Meccanica delle Matrici.

Bisogna osservare il fatto che i nuovi modelli atomici che si stavano delineando in quegli anni stavano diventando sempre piu' astratti e privi di un riferimento "visivo".

Nella teoria di Bohr-Sommerfeld i vari livelli di energia dell'atomo di idrogeno, noti sperimentalmente e riprodotti empiricamente dalle serie di Balmer, Paschen, Brackett, ecc... erano caratterizzati, in maniera non univoca (cio' era noto come "degenerazione" dell'energia), da tre numeri "quantici", corrispondenti grosso modo alle dimensioni radiali, all'eccentricita' e all'inclinazione spaziale dell'ellisse che rappresentava l'orbita dell'elettrone attorno al nucleo.

Nel 1925 Uhlenbeck e Goudsmith avevano anche proposto la necessita' di un quarto numero quantico, lo "spin" dell'elettrone, per spiegare la maggiore intensita' degli spettri atomici che si rivelava man mano che aumentava il potere risolutivo degli apparati sperimentali.

Anche Pauli aveva avanzato un'ipotesi simile, ed aveva anche proposto che per i quattro numeri quantici dovesse valere un principio di esclusione (che porta ancora oggi il suo nome) per cui un'orbita definita da quattro numeri quantici potesse essere occupata soltanto da un elettrone alla volta.

Tuttavia in questi modelli si aveva ancora implicitamente l'idea dell'atomo come un nucleo attorno al quale orbitano elettroni, sebbene questi elettroni non obbedissero a leggi classiche, bensì a modelli creati ad hoc.

Heisenberg invece fu piu' radicale, e propose che bisognava rinunciare definitivamente a farsi dei modelli atomici, ma bisognava limitarsi a formulare relazioni tra quantita' osservabili.

Si occupo' quindi di una ridefinizione matematica delle grandezze fisiche fondamentali, cioe' le coordinate hamiltoniane  $q$  e  $p$ .

Nella nuova formulazione, queste grandezze risultavano essere delle matrici infinite (che verranno in seguito riconosciute come degli operatori tra opportuni spazi funzionali), le quali dovevano obbedire a delle regole di commutazione (chiamate comunemente relazioni di commutazione di Heisenberg) che, una volta introdotto un oggetto algebrico chiamato il commutatore di operatori, risultavano formalmente analoghe alle parentesi di Poisson fondamentali della Meccanica Analitica Classica, mediante le quali ad esempio e' possibile esprimere le equazioni del moto.

In altre parole nel nuovo formalismo le parentesi di Poisson classiche venivano sostituite dal commutatore di operatori (questo faceva intervenire nella teoria una serie di nuovi strumenti matematici come ad esempio le algebre di Lie).

Anche la funzione hamiltoniana nella nuova teoria diventava un operatore.

Se si sceglievano le  $q$  e le  $p$  in modo da soddisfare le regole di commutazione canoniche, e tali che la matrice hamiltoniana risultasse diagonale, nei suoi elementi diagonali si ritrovavano i livelli energetici della serie di Balmer.

La necessita' di avere matrici infinite rifletteva il fatto che valori energetici permessi ad un sistema atomico erano in numero infinito, anche se per numeri abbastanza grandi si doveva necessariamente rientrare nella teoria classica (principio di corrispondenza di Bohr).

Per inciso, questo principio sarà di fondamentale importanza alla luce della successiva interpretazione standard della teoria.

Inoltre Heisenberg riottenne la stessa condizione per la frequenza nelle transizioni ottenuta precedentemente da Bohr: in pratica ci si trovava di fronte a due formalismi differenti che rendevano conto degli stessi fenomeni.

### Problemi interpretativi in Meccanica Quantistica

Nonostante le due teorie avessero entrambe un ottimo accordo sperimentale, e fossero presto anche dimostrate essere equivalenti (la dimostrazione di ciò fornita da von Neumann si basa essenzialmente sull'isomorfismo di  $\mathbb{R}^2$  con  $L^2$ ) si erano già create due scuole di pensiero, divise soprattutto sul terreno dell'interpretazione.

L'interpretazione standard della Meccanica Quantistica è quella offerta da Born nel 1926: la funzione d'onda non rappresenta un'onda materiale, ma il suo modulo quadro è interpretato come una densità di probabilità di presenza della particella.

Questa scuola di pensiero è nota comunemente come *interpretazione di Copenhagen* della Meccanica Quantistica.

La funzione d'onda dunque non ha più un significato classico deterministico, come il valore puntuale dell'intensità di una componente del campo elettromagnetico, ma probabilistico.

Adottare questa interpretazione significa farsi un modello in cui il mondo fisico, a un livello sufficientemente ravvicinato, non segue più le leggi della causalità ma quelle del caso.

Di conseguenza, più scendiamo in profondità a scale sempre più piccole di realtà fisica, e meno ha senso parlare di realtà fisica stessa, almeno nel senso comune con cui la intendiamo: tutto ciò che osserviamo "origina" in un magma casuale microscopico, irrazionale e pertanto inaccessibile alla scienza, nel quale ogni relazione causale viene irrimediabilmente perduta, e tutto ciò che possiamo fare descriverne le misteriose regolarità mediante leggi fisiche "operative" e "macroscopiche". La scienza diventa dunque un "mettere ordine" in questo mondo caotico ed intrinsecamente inconoscibile (in maniera completamente deterministica), sapendo dunque fin dal principio da un punto di vista teorico – e non soltanto pratico – che questo ordine sarà necessariamente sempre un'approssimazione. In altri termini, non è possibile – neanche in linea di principio – formulare delle leggi matematiche che esprimano in maniera esatta il funzionamento dell'universo ad ogni scala spazio-temporale, ma nel molto piccolo siamo costretti ad adottare un'approccio statistico/descrittivo. In un certo senso, se in precedenza anche la Meccanica Classica poteva essere vista come una teoria "operativa", a causa degli inevitabili errori sperimentali presenti in ogni misurazione, ora la Meccanica Quantistica la relega senza mezzi termini nell'ambito dell'Utopia. Inoltre, come vedremo più avanti, il ripensamento della conoscenza fisica in termini di esperimenti, prove, e valori medi, provoca una netta separazione tra sistema fisico ed osservatore: per dare al mondo fisico "classico" un'esistenza reale ben definita è necessario che ci sia un osservatore a "misurarla".

Dunque la nostra conoscenza del mondo fisico a livello microscopico non è più "oggettiva" o "attuale" ma "probabilistica" o "potenziale".

Ad un livello macroscopico però, gli effetti del caso devono diventare trascurabili, rientrando con ottima approssimazione nella causalità (basti pensare alla Fisica Classica o alla Relatività Generale). Attuando un processo di "discretizzazione algebrica" degli eventi fisici, nel mondo quantistico ci troviamo di fronte ad eventi elementari singolarmente imprevedibili in quanto intrinsecamente casuali, ma che devono necessariamente riprodurre il mondo classico nel limite dei grandi numeri, nel senso del principio di corrispondenza di Bohr: la realtà classica diventa una mera potenzialità probabilistica. Ma in che modo gli effetti del caso diventano trascurabili a livello macroscopico?

In realtà questa interpretazione presenta notevoli problemi, e, se confrontata con la usuale interpretazione della Meccanica Classica (che tuttavia, come la Teoria della Relatività, lascia

ancora aperte questioni come la natura e l'origine della massa), porta ad una serie di paradossi. Innanzitutto, e' opportuno indagare un po' piu' da vicino sul significato della nozione stessa di probabilita'. Quando affermiamo che nel lancio di una moneta la probabilita' che esca testa e'  $\frac{1}{2}$ , stiamo facendo un'affermazione "a priori", basandoci sulla nostra conoscenza intuitiva della forma della moneta, dell'ambiente esterno, delle leggi fisiche (classiche!), ecc... e stiamo sintetizzando approssimativamente il risultato del lancio della moneta in esattamente due possibilita' (opposte), considerate esattamente identiche ed equiprobabili a priori.

In altre parole stiamo considerando l'evento del lancio della moneta come suddiviso in due possibili risultati mutualmente esclusivi e assolutamente indipendenti tra di loro: l'unica cosa che ci interessa del lancio e' lo stato della moneta (testa o croce) dopo di essa.

Inoltre l'evento e' anche completamente indipendente da cio' che accade nel resto dell'universo. Basterebbe considerare delle piccole perturbazioni di carattere generale (presenza del vento, disomogeneita' della moneta, ...) da rendere plausibili delle modificazioni nei risultati.

Questa e', in ogni caso, l'idea di base della probabilita' *classica*.

E' possibile dare un'ulteriore caratterizzazione della nozione di probabilita' con la definizione *frequentista*, che postula l'identificazione della probabilita' classica come limite della frequenza relativa (casi favorevoli/casi totali) per numero di lanci che tende all'infinito. Anche questa definizione si basa sull'indipendenza e l'equiprobabilita' a priori degli eventi considerati.

Il comportamento asintotico della frequenza relativa non e' passibile di una verifica diretta (a meno di non eseguire infiniti lanci!) ma il discorso su di esso e' reso possibile da una constatazione empirica (chiamata postulato empirico del caso), che stabilisce appunto come assioma che la frequenza relativa tende alla probabilita' quando il numero di lanci tende all'infinito.

In altre parole non e' possibile ne' dimostrare ne' confutare che la frequenza relativa tenda alla probabilita', ma lanciando molte volte la moneta e' possibile convincersi che le cose vadano effettivamente cosi' (ed e' cio' che abitualmente succede quando si effettua un gran numero di lanci di una moneta).

Infine merita un cenno la definizione *soggettivista* di probabilita' (dovuta a de Finetti), la quale in un certo senso e' una conseguenza della definizione frequentista che reinterpreta in senso "psicologico" la nozione classica: la probabilita' e' un'aspettativa soggettiva, una fiducia arbitraria che attribuiamo al verificarsi di un evento giudicato a priori imprevedibile. Per questa ragione il verificarsi di eventi improbabili istintivamente ci sorprende: la probabilita' e' una nozione essenzialmente arbitraria e tali eventi contraddicono una nostra arbitraria aspettativa che attribuiamo spontaneamente al verificarsi di un determinato evento.

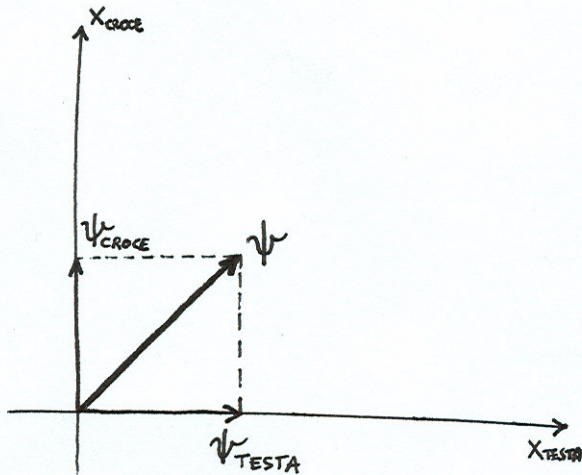
Abbiamo visto dunque che la probabilita' e' gia' essa una nozione che da' origine a delle controversie interpretative. Non solo, e' bene precisare anche che, nell'interpretazione quantistica, la nozione di probabilita' ha un significato diametralmente opposto a quanto appena visto: la probabilita' quantistica e' il realizzarsi, osservato nell'esperimento, di una potenzialita' casuale, ignota ed inosservabile. In questa potenzialita' puo' risiedere la causa del realizzarsi di una certa attualita' osservata piuttosto che di un'altra, ma tale potenzialita', e con essa la causa, sono necessariamente inosservabili a causa dell'interpretazione probabilistica, che pone *operativamente* il caso e dunque l'intrinseca imprevedibilita' come fondamento della realta' microscopica osservata: nell'interpretazione di Copenhagen della Meccanica Quantistica la causalita' che e' all'origine del determinismo classico e' irrimediabilmente perduta nel nebuloso mondo microscopico.

Torniamo ora a commentare da vicino il formalismo quantistico: nell'interpretazione quantistica non solo l' "a priori" e l' "a posteriori", il potenziale e l'attuale vengono nuovamente separati (mentre nella definizione frequentista di probabilita' erano stati identificati), ma intervengono altre novita' sostanziali.

La teoria quantistica si interessa anche allo stato della moneta prima del lancio: essa si trova in una

sovrapposizione di tutti i possibili stati in cui la moneta puo' essere osservata, ovvero testa o croce. Questa sovrapposizione e' espressa mediante un vettore di norma unitaria in un opportuno spazio di Hilbert (nel nostro caso un sottospazio di dimensione 2), del quale consideriamo soltanto la direzione, a meno del verso (ovvero stiamo considerando un elemento di uno spazio proiettivo associato).

Questa e' la funzione d'onda della moneta prima del lancio:



Lanciare una moneta equivale in Meccanica Quantistica ad effettuare una misurazione. Una misurazione in Meccanica Quantistica e' qualcosa che effettua una perturbazione irreversibile nel sistema osservato, una discontinuita' imprevedibile nella sua evoluzione.

E' nella misurazione che entra decisamente nella teoria quantistica l'indeterminazione. Potremmo tranquillamente scrivere la funzione d'onda della moneta prima del lancio ed osservare la sua evoluzione imperturbata nello spazio-tempo, che avviene in maniera assolutamente deterministica essendo una soluzione dell'equazione di Schroedinger, ma questo rappresenterebbe una evoluzione della conoscenza delle potenzialita' probabilistiche, non della nostra conoscenza dell'effettivo stato della moneta.

Invece, dopo il lancio la moneta si va a mettere in uno stato ben definito (testa o croce), e li' rimane anche negli istanti di tempo immediatamente successivi (cio' non sorprende nel nostro caso della moneta, ma e' un preciso postulato nella teoria quantistica, dovuto a Dirac, che serve anche ad evitare che la materia si muova a velocita' maggiore di c).

Quello che avviene durante la misurazione e' sostanzialmente ignoto e ha dato luogo a diverse speculazioni interpretative: come abbiamo visto nella misurazione quantistica si perde la coerenza causale, e dunque sulla questione si puo' dire (ed e' stato detto) praticamente qualunque cosa, purché ci si limiti al livello di speculazione.

Sostanzialmente, la teoria quantistica non si interessa soltanto ai risultati degli esperimenti, ma consiste anche in un formalismo generale in cui descrivere tutti gli stati possibili per il sistema prima e dopo l'esperimento, senza tuttavia spiegare come effettivamente avviene la transizione: la transizione dello stato del sistema fisico da prima dell'esperimento a dopo l'esperimento non e' ancora stata spiegata esaurientemente dalla fisica, e forse non lo sara' mai (almeno da una fisica come la intendiamo noi oggi, cioe' basata esclusivamente su deduzioni logiche "interne").

Naturalmente lo stato di sovrapposizione in cui si trova il sistema prima della misurazione non ha un corrispondente classico, nel senso che non e' uno stato reale, "attuale", ma soltanto "potenziale", una descrizione astratta di tutti i possibili risultati degli esperimenti sul sistema.

Lo stato di sovrapposizione testa/croce non ha infatti ovviamente senso per la nostra moneta macroscopica.

Sostituendo la moneta con un gatto si ottiene il famoso paradosso del gatto di Schroedinger, che

costituisce, in sostanza, l'obiezione della scuola realista di Einstein, de Broglie, e lo stesso Schroedinger.

La risposta a questa obiezione e' contenuta essenzialmente nel principio di indeterminazione di Heisenberg e nel principio di complementarita' di Bohr, e dunque indirettamente nel dualismo onda/particella.

Spieghiamo meglio questo secondo principio.

Ogni sistema elementare quantistico ha una duplice natura corpuscolare/ondulatoria, e le due nature sono intrinsecamente legate in maniera complementare.

Ad ogni particella quantistica e' dunque associata un'onda che, nell'interpretazione di Copenhagen, ha il significato di probabilita'.

L'aspetto corpuscolare e' invece una conseguenza della discretizzazione dell'energia operata da Planck, Einstein.

In seguito, nella Teoria Quantistica dei Campi, questa ipotesi sara' estesa a tutti i campi di forze conosciuti (elettromagnetica, forte, debole e gravitazionale).

Una descrizione "completa" del sistema fisico non puo' fare uso di una sola delle due interpretazioni, ma deve tenere conto di entrambe: questo e' il principio di complementarita' di Bohr.

Una descrizione basata su una soltanto delle due nature porta inevitabilmente a delle incompletezze o a delle contraddizioni con l'esperienza.

Un esempio della necessita' di questo tipo di approccio e' dato dall'esperimento della doppia fenditura.

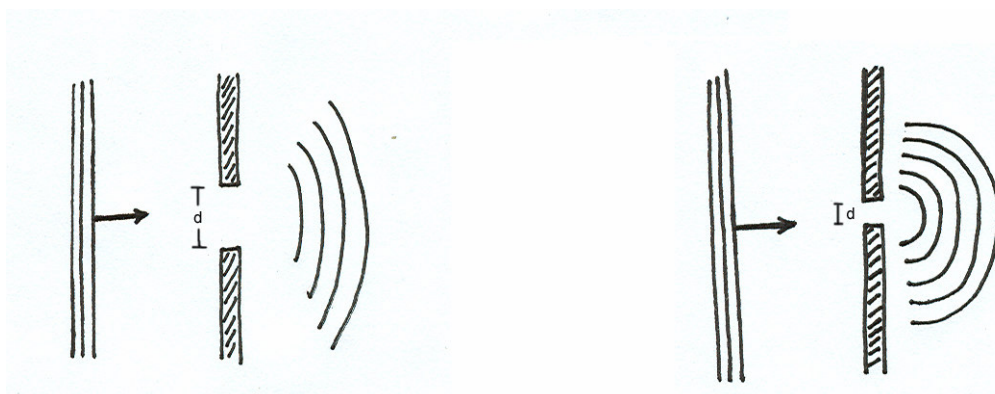
Una caratterizzazione di queste idee in termini piu' precisi e' data proprio dal principio di indeterminazione di Heisenberg (1927).

Questo principio (espresso in termini puramente algebrici come conseguenza delle relazioni di commutazione dello stesso Heisenberg) stabilisce che non e' possibile conoscere con arbitraria precisione il valore di alcune coppie di grandezze fisiche, che sono dette osservabili coniugati.

Se ad esempio come coppia di osservabili coniugati prendiamo posizione ed impulso, e' possibile dare un'illustrazione del principio di indeterminazione che ne evidenzia il legame con il dualismo onda/particella.

Immaginiamo di far passare una particella/onda attraverso un buco di larghezza  $d$ .

Piu'  $d$  e' piccolo (fino ad essere paragonabile con la lunghezza d'onda incidente), ovvero piu' localizziamo la posizione della particella, e piu' diventano pronunciati gli effetti della diffrazione, ovvero piu' aumenta l'indeterminazione sull'impulso:



Una simile relazione di indeterminazione vale per tempo ed energia.

Osservabili non coniugati si dicono compatibili. Tali osservabili commutano e per essi non vale il principio di indeterminazione. Un esempio e' dato da osservabili localizzati in regioni spazialmente separate dello spazio-tempo.

Insoddisfatta dell'interpretazione puramente probabilista, la piu' ambiziosa "scuola realista" (Einstein, de Broglie, Schroedinger) ha espresso numerose critiche all'impostazione standard che sono culminate nell'interpretazione "ontologica" della Meccanica Quantistica di D.Bohm.

La sua teoria, evoluzione delle idee di Einstein sulle "variabili nascoste", e' stato un tentativo di ripristinare a tutti i costi una causalita' microscopica con l'introduzione *ad hoc* di un medium sub-quantico (il "potenziale sub-quantistico"), che spiegasse l'evoluzione ed il collasso della funzione d'onda.

Nonostante questa interpretazione non abbia avuto un gran seguito in ambito accademico, essa e' interessante per le speculazioni che fornisce nell'approccio ai cosiddetti fenomeni *non-locali*.

La non-localita' e', insieme al problema della misurazione, l'altra caratteristica paradossale della Meccanica Quantistica.

Supponiamo di avere due palline, una bianca ed una nera, a grande distanza l'una dall'altra in modo che se ne osserviamo una non possiamo vedere anche l'altra (concettualmente basterebbe anche una piccola distanza).

Vogliamo effettuare un'osservazione di colore su una palla.

Nel formalismo quantistico entrambe le palle si trovano in uno stato misto bianco/nero.

Se, misurando la prima palla, troviamo che e' nera, istantaneamente sappiamo anche che la seconda e' bianca.

Il paradosso della non-localita' dipende dalla nostra interpretazione.

Se pensiamo che lo stato di sovrapposizione sia soltanto uno strumento matematico non corrispondente ad un'effettiva realta', e che la funzione d'onda rappresenti semplicemente la nostra conoscenza sullo stato del sistema, allora non c'e' nessun paradosso, esattamente come nel caso in cui lanciando una moneta, ed uscendo testa, sappiamo automaticamente (senza bisogno di vederlo) che nell'altro lato c'e' croce.

In questo caso il paradosso e' risolto ammettendo di avere a priori una conoscenza globale sul sistema (il fatto di avere una palla bianca ed una nera, o la nostra conoscenza a priori sui disegni delle facce della moneta).

Se invece consideriamo la sovrapposizione quantistica come un'effettiva caratteristica nuova della realta' fisica, e che la funzione d'onda esprima uno stato reale del sistema, siamo portati a credere che la misurazione effettivamente perturbi lo stato fisico del sistema, e dunque che la nostra seconda palla, anche a distanza di anni luce dalla prima, si porti istantaneamente nello stato "nero".

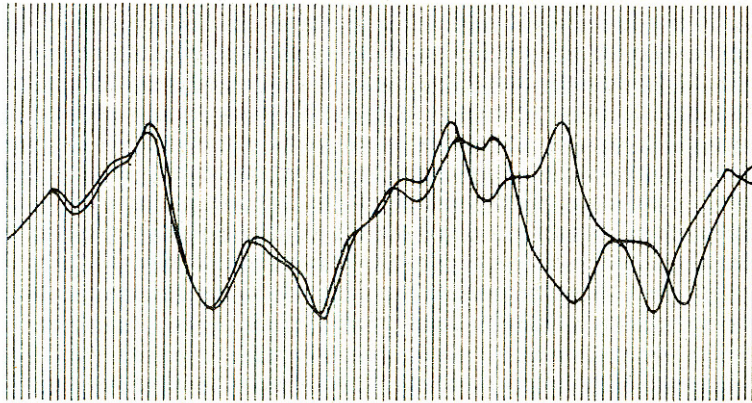
In altre parole in quest'ultimo caso deve essere avvenuta un'interazione istantanea a distanza.

Si noti che in ogni caso questo fenomeno non puo' comunque essere usato per trasmettere un'informazione/segnale istantaneamente: l'interazione a distanza e' codificata nel formalismo, ma la verifica che la seconda palla si sia effettivamente portata nello stato "nero" puo' avvenire al piu' presto nel tempo che la luce impiega a coprire la distanza tra le due palle.

Il medium sub-quantico viene suggestivamente introdotto da Bohm come una forma di interconnessione universale tra tutte le cose: per conservare un'esistenza ben definita, e la sua unita', l'universo di Bohm e' un tutto in cui ogni parte e' connessa con ogni altra parte. L'intuizione fondamentale di Bohm e' che la conoscenza dell'universo non puo' essere scissa dalla conoscenza della mente che cerca di comprenderlo, perche' e' essa stessa parte di quell'universo. Di conseguenza una comprensione completa dell'universo significa parallelamente anche una comprensione della mente e della coscienza.

Nonostante le teorie di Bohm siano in un certo senso delle speculazioni "metafisiche", lontane anni luce dall'impostazione "operativa" della meccanica quantistica tradizionale, il loro fascino e la loro plausibilita' sono aumentati con la scoperta del fenomeno del caos deterministico.

L'argomento principale della cosiddetta *teoria del caos* è l'esistenza di correlazioni causali tra diversi ordini di grandezza. Nel tentativo di fare delle rudimentali simulazioni numeriche di fenomeni meteorologici Edward Lorentz scoprì nei primi anni 1960 che delle piccolissime variazioni nelle condizioni iniziali del sistema potevano risultare, dopo un periodo iniziale in cui le soluzioni sostanzialmente restavano identiche, in grandi differenze di valori nelle corrispondenti soluzioni, fino a perdere completamente qualsiasi tipo di somiglianza:



Il fenomeno cosiddetto della dipendenza sensibile dai dati iniziali aprì la strada allo studio di un'intera nuova classe di sistemi dinamici detti *caotici*, che in precedenza venivano largamente ignorati dalla tradizionale modellistica matematica, la quale si limitava allo studio di soluzioni di problemi differenziali che manifestavano "dipendenza continua" dalle condizioni iniziali. Ma si trattava comunque di modelli perfettamente deterministici. La loro caratteristica di caoticità aveva un significato operativo: poiché variazioni arbitrariamente piccole potevano risultare in conseguenze macroscopiche era praticamente impossibile prevederne l'evoluzione in quanto era impossibile determinare con precisione arbitraria le condizioni iniziali. Ora, se uniamo la possibilità di un modello siffatto con il principio di indeterminazione di Heisenberg ci ritroviamo con un modello in teoria deterministico ma operativamente caotico, com'è precisamente la teoria quantistica nell'interpretazione di Bohm. In questo modo il determinismo laplaciano riacquista non una validità "operativa", che resta esclusa a causa del principio di indeterminazione, ma una certa suggestione "platonica". La "realtà" di Bohm sembra essere costituita da vari livelli separati e deterministici – il microscopico ed il macroscopico – che non comunicano tra loro se non "operativamente" attraverso il processo di misura, nel quale però si perde la coerenza causale completa. Semmai questa impostazione potrebbe finire per far sembrare *ad hoc* proprio il principio di Heisenberg, ovvero il postulato fondamentale dell'interpretazione quantistica standard...

In ogni caso, qual'è la conoscenza perduta nell'interpretazione statistica? La conoscenza ultima ed *univoca* della realtà fisica. Ci sono parecchie realtà fisiche diverse che possono dare luogo alla medesima statistica. (si veda ad esempio il concetto di "*quantum equivalence*" nell'articolo del fisico Detlev Buchholtz "Current Trends in Axiomatic Quantum Field Theory", pag.3).

Questo rappresenta un problema soltanto per l'interpretazione realista, mentre non ha neppure senso come questione nella teoria standard. Inoltre, forse è questo (se mai ne abbia uno) il senso dell'interpretazione a molti mondi della Meccanica Quantistica ad opera di Hugh Everett. Ci possono essere molti mondi microscopici che danno luogo allo stesso mondo macroscopico. Quale sia il mondo microscopico realmente esistente non ci è dato di sapere, o forse (come predica l'interpretazione standard) non ha neppure senso porsi questa domanda.

Lecture ulteriori:

D.Buchholz, “Current Trends in Axiomatic Quantum Field Theory“ (1998) – [arXiv:hep-th/9811233v2](https://arxiv.org/abs/hep-th/9811233v2)

J. Gleick, “Caos” (1987)

E.Segre, “Personaggi e scoperte della fisica contemporanea” (1976)

J.von Neumann, “Fondamenti matematici della meccanica quantistica” (1932)